白皮书

锁相检测技术的原理与发展现状

Zurich Instruments

发布时间：2016 年 11 月

简介

锁相放大器技术于 20 世纪 30 年代问世 [1, 2, 3]，并于 20 世纪中期进入商业化应用阶段 [4]，这种电子仪器能够在极强噪声环境中提取信号幅值和相位信息（参见Figure 1）。锁相放大器采用零差检测方法和低通滤波技术，测量相对于周期性参考信号的信号幅值和相位。锁相测量方法可提取以参考频率为中心的指定频带内的信号，有效滤除所有其他频率分量。如今，市面上最好的锁相放大器具有高达 120 dB 的动态储备 [5]，意味着这些放大器可以在噪声幅值超过期望信号幅值百万倍的情况下实现精准测量。

几十年来，随着科技的不断发展，研究人员已经针对锁相放大器研发出诸多不同的应用方法。如今的锁相放大器主要用作精密交流电压仪和交流相位计、噪声测量单元、阻抗谱仪、网络分析仪、频谱分析仪以及锁相环中的鉴相器。相关研究领域几乎覆盖了所有波长范围和温度条件，例如全日光条件下的日冕观测 [6]、分数量子霍尔效应的测量 [7] 或者分子中原子间键合特性的直接成像 [8]。锁相放大器的功能极其丰富多样。与频谱分析仪和示波器一样，锁相放大器不可或缺，已经成各种实验室装备中的核心工具，比如物理、工程和生命科学等。与大多数强大的工具一样，要想充分发挥锁相放大器的作用并成功设计各种实验，用户必须充分了解其工作原理及特性。

本文将简要介绍锁相放大技术的工作原理并解释说明最为重要的测量指标。我们将从时域和频域角度介绍锁相检测技术。此外，还将详细说明如何利用信号调制在保持较短采集时间的同时提高信噪比 (SNR)。最后，我们还将讨论锁相检测技术近期的创新成果及发展现状。

锁相放大器的工作原理

锁相放大器利用信号的时间相关性将信号从嘈杂背景中提取出来。锁相放大器首先将输入信号与参考信号相乘（有时也称下混频或外差/零差检测），然后通过一个可调低通滤波器进行滤波。这种方法称为解调检测或相敏检测，用于将期望频率的信号从所有其他频率分量中分离出来。参考信号可由锁相放大器自身生成，也可由外部信号源提供给锁相放大器和实验设备。参考信号通常为正弦波，但也可以采用其他信号。采用纯正弦波解调时，可以有选择地对基础频率或其任意谐波进行测量。有些仪器采用方波 [9] 进行解调，但方波会捕捉信号的所有奇次谐波，从而可能引入系统性测量误差。

为了帮助理解锁相检测技术，下文将分别介绍时域和频域中的混频及滤波过程。

双相解调

在典型实验中，通常利用正弦波激励待测设备 (DUT)，如Figure 2 (a) 所示。锁相放大器将利用设备响应信号 $V_s(t)$ 和参考信号 $V_r(t)$ 来确定幅值 R 和相位 Θ。这一过程通过Figure 2 (b) 中所示的双相解调电路实现。输入信号将被分出两路，并分别与参考信号及其 90° 相移信号相乘。混频器的输出信号经可调低通滤波器滤波，得到 X 和 Y 两个输出，分别称为同相分量和正交分量。通过下列公式将 X 和 Y 笛卡尔坐标转换为极坐标，即可轻松得到幅值 R 和相位 Θ。

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{X^2 + Y^2}, \\ \Theta &= \operatorname{atan2}(Y, X). \end{aligned} \tag{1}$$

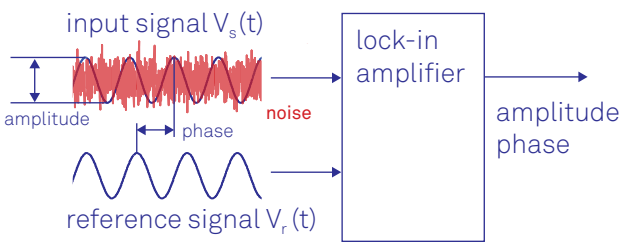


Figure 1. 锁相放大器可测量待测信号相对于特定参考信号的幅值和相位（甚至是完全淹没在噪声之中的信号）。

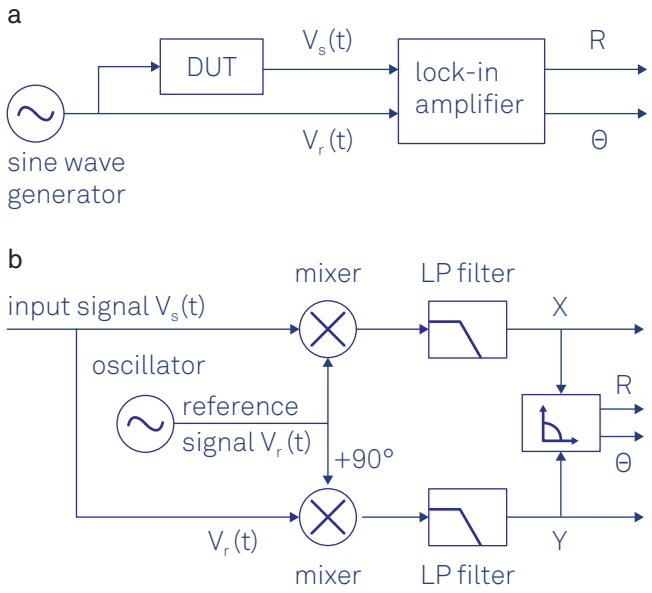


Figure 2. (a) 典型锁相测量过程的示意图。正弦信号一方面用来驱动 DUT，另一方面也作为参考信号使用。锁相放大器将对 DUT 的响应进行分析，并输出相对于参考信号的信号幅值和相位。(b) 锁相放大原理图：输入信号将分别与参考信号及其 90° 相移信号相乘。混频器输出经过低通滤波后，将滤除噪声和 2ω 分量，并最终转化为极坐标。

请注意，为了使相位角输出范围覆盖全部四个象限，即 $(-\pi, \pi]$，我们用 atan2 替代 atan。
如Figure 2 (b) 所示，为了以两个不同相位解调输入信号，锁相放大器需要将输入信号进行拆分。相比于模拟仪器，利用数字技术拆分信号可以避免任何 SNR 损失和通道间失配问题。

时域中的信号混频

复数为解调过程的计算提供了一个简洁的数学形式。我们利用基本三角函数公式

$$\cos(x) = \frac{1}{2}e^{+ix} + \frac{1}{2}e^{-ix} \tag{2}$$

将输入信号 $V_s(t)$ 改写为复平面上两个矢量之和，两个矢量长度为 $R/\sqrt{2}$，以相同角速度 ω_s 分别沿顺时针方向和逆时针方向旋转：

$$\begin{aligned} V_s(t) &= \sqrt{2}\,R \cdot \cos(\omega_s t + \Theta) \\ &= \frac{R}{\sqrt{2}}e^{+i(\omega_s t+\Theta)} + \frac{R}{\sqrt{2}}e^{-i(\omega_s t+\Theta)}. \end{aligned} \tag{3}$$

通过Figure 3 (a) 和 (b) 的图示可以看出，两个矢量在 x 轴的投影之和（实部）正是 $V_s(t)$，而矢量在 y 轴的投影之和（虚部）始终为零。
双相下混频过程在数学上可以表示为输入信号与复数参考信号相乘

$$V_r(t) = \sqrt{2}\,e^{-i\omega_r t} = \sqrt{2}\cos(\omega_r t) - i\sqrt{2}\sin(\omega_r t). \tag{4}$$

混频后的复数信号可以利用下面的公式算出，

$$\begin{aligned} Z(t) &= X(t) + iY(t) = V_s(t) \cdot V_r(t) \\ &= R\left[e^{i[(\omega_s-\omega_r)t+\Theta]} + e^{-i[(\omega_s+\omega_r)t+\Theta]}\right], \end{aligned} \tag{5}$$

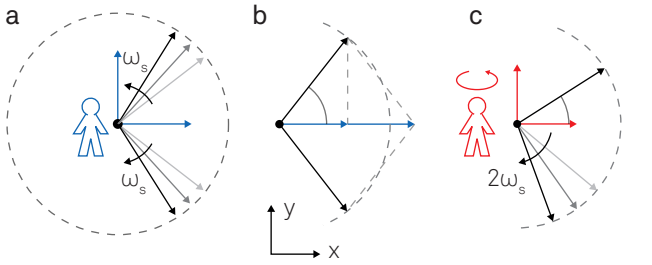


Figure 3. 在复平面中表示的解调过程。(a) 输入信号 $V_s(t)$ 可表示为两个反向旋转的矢量之和。(b) 矢量在实轴 x 轴上的投影彼此叠加，而在虚轴 y 轴上的投影则相互抵消。(c) 在旋转坐标系中，逆时针方向矢量保持静止，顺时针方向矢量以观察者两倍的角速度旋转。请注意，依照惯例，如果逆时针方向矢量在参考信号之前，则 Θ 为正值。

以信号频率与参考频率的和频及差频信号分量表示。在Figure 3 (c) 中，复数混频相当于观察者位于原点并以 ω_r 频率沿逆时针方向旋转。
从观察者角度看，两个箭头分别以 $\omega_s - \omega_r$ 和 $\omega_s + \omega_r$ 的不同角速度旋转，如果信号频率接近于参考频率，角速度为 $\omega_s + \omega_r$ 的箭头会旋转得快得多。
随后的滤波过程在数学上可表示为在一段时间内对运动矢量求平均，使用尖角括号 $\langle\cdots\rangle$ 指示。在滤波过程，设置 $\langle\exp[-i(\omega_s + \omega_r)t + i\Theta]\rangle = 0$，从而滤除角速度为 $|\omega_s + \omega_r|$ 的快速旋转项。解调后的平均信号为

$$Z(t) = R \cdot e^{i[(\omega_s-\omega_r)t+\Theta]}. \tag{6}$$

如果信号同频 $\omega_s = \omega_r$，则该公式可进一步简化为

$$Z(t) = R \cdot e^{i\Theta}. \tag{7}$$

Equation 7 代表解调后的信号和锁相放大器主要输出：绝对值 $|Z| = R$ 为信号的均方根幅值，参数 $\arg(Z) = \Theta$ 为输入信号相对于参考信号的相位。
解调信号 $Z(t)$ 的实部和虚部分别为同相分量 X 和正交分量 Y。这两个分量可通过欧拉公式 $\exp(i\omega_s t) \equiv \cos(\omega_s t) + i\sin(\omega_s t)$ 计算得出：

$$\begin{aligned} X &= \mathrm{Re}(Z) = \langle V_s(t)\cos(\omega_s t)\rangle = R\cos\Theta, \\ Y &= \mathrm{Im}(Z) = -\langle V_s(t)\sin(\omega_s t)\rangle = R\sin\Theta. \end{aligned} \tag{8}$$

图中所示，$\omega_s = \omega_r$ 意味着逆时针旋转的箭头看起来静止不动。而另一个箭头则以两倍角频率 $-2\omega_s$ 顺时针旋转，这通常称为 2ω 分量。低通滤波器通常会将 2ω 分量完全滤掉。
Figure 4 为示波器显示的混频和滤波前后的不同信号。Figure 4 (a) 所示为一段时间的正弦信号示例 V_s 和 V_r，两信号频率相同，分别为 ω_s 和 ω_r。Figure 4 (b) 中的蓝线为混频后信号，主要为 2ω 分量。滤波后（绿线），仅保留直流分量，其值等于 V_s 的同相幅值 X。如Figure 4 (c) 所示，如果信号频率与参考频率不同，则混频后的信号不再是简单的正弦波，并且滤波后的平均值始终为零，如Figure 4 (d) 所示。这是一个典型的同步检测示例，检测中仅提取出与参考频率具有相干关系的信号，滤除了所有其他信号。

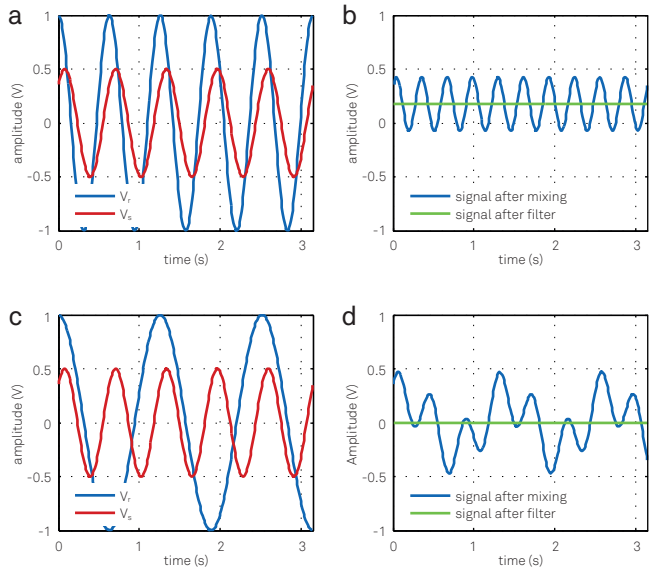


Figure 4. (a) 峰值为 0.5 V 的输入信号 V_s （红色）与同频参考信号 V_r（蓝色）相乘。(b) 产生的信号将带有 V_s 和 V_r 频率的频率分量。直流偏移量为 0.17 V，是输入信号的同相分量 X。(c) 输入信号 V_s 与非同频参考信号 V_r 相乘。(d) 产生的信号将带有一个直流偏移量和两倍于 $f_s - f_r$ 和 $f_s + f_r$ 频率的频率分量。平均信号始终为零。

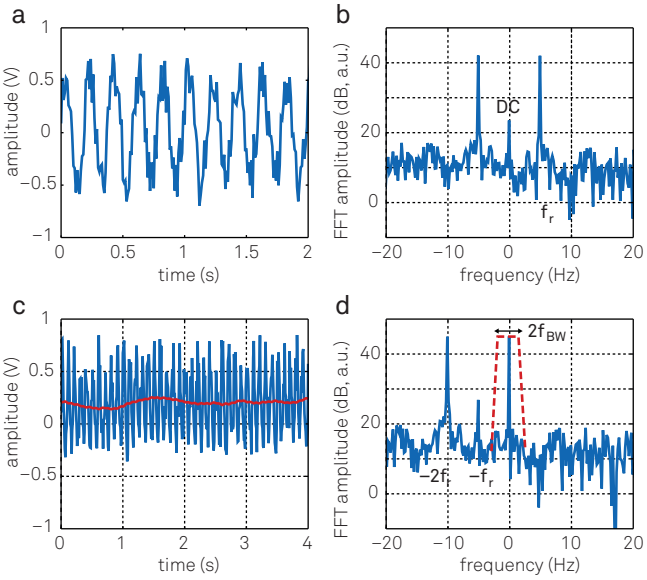


Figure 5. 解调前后信号时域图与频域图之间的关系。(a) 一段时间内叠加了噪声的正弦输入信号。(b) (a) 图信号的频域图。(c) 与参考信号混频（蓝线）并经过低通滤波（红线）后，f_{BW} 内的信号频谱保留。(d) 在频域中，混频过程将频率分量平移 $-f_r$。随后，滤波器以零点为中心提取宽度为 f_{BW} 的狭窄频带。请注意 $-f_s$ 频率分量，它来自输入信号中的偏移和 1/f 噪声。要获得准确的测量值，必须通过适当的滤波来抑制此分量。

频域内的信号混频

我们将利用傅里叶变换 [10] 来实现时域与频域之间的转换。傅里叶变换是线性变换，可将时域中频率为 f_0 的正弦函数转换为频域中的狄拉克函数 $\delta(f-f_0)$，即在频谱中频率 f_0 点出现单个峰值。由于任何周期信号均可表示为正弦信号与余弦信号的叠加 [11]，因此对于少量频谱分量组成的信号，其变换通常都可以直观地理解。

Figure 5 (a) 所示为时域中的有噪正弦信号，经过傅里叶变换后，在频域中如 Figure 5 (b) 所示。正弦信号在频谱中 $+f_s$ 和 $-f_s$ 频率处出现峰值。零频率处的较小峰值是由输入信号的直流偏移所导致的。Figure 5 (c) 中的蓝线表示混频后的时域信号。Figure 5 (d) 所示的关联频谱与图 (b) 中基本一致，但向低频方向平移了相当于 f_r 参考频率的距离。

图 (d) 中的红色虚线代表低通滤波过程，将滤出特定滤波带宽 f_{BW} 内的频率。(c) 中的红线代表输出信号，是 (d) 中所示频谱直流分量与滤波器带宽内噪声 ($|f| < f_{BW}$) 的叠加。从图中可以明显看出，滤波器带宽必须远小于信号频率 f_s，才能有效抑制输入信号中的直流偏移量。在下面几节中，我们将进一步讨论如何在特定实验条件下选择合适的滤波特性。

频域中的低通滤波

研究低通滤波时，我们优先考虑使用频域，因为大多数滤波器的输入信号 $Q_{in}(\omega)$ 与滤过信号 $Q_{out}(\omega)$ 之间存在如下的简单关系

$$Q_{out}(\omega) = H(\omega)\, Q_{in}(\omega). \qquad (9)$$

$H(\omega)$ 称为滤波器传递函数。$Q_{in}(\omega)$ 与 $Q_{out}(\omega)$ 分别是时域中输入信号 $Q_{in}(t)$ 和输出信号 $Q_{out}(t)$ 的傅里叶变换。

为了完全滤除频谱中不需要的部分，我们可能会想要找到一种理想的滤波器，来完整传递 f_{BW}（即通带）内的所有频率，并彻底滤除任何其他频率（即阻带）。然而遗憾的是，这样理想化的"矩形滤波器"根本不可能实现，因为这种滤波器的脉冲响应在时域内从 $-\infty$ 延伸到 $+\infty$，会使得滤波器具有非因果性。我们用 RC 滤波器模型作为基本近似，请参见Figure 6。这种类型的滤波器在模拟域和数字域均容易实现。模拟 RC 滤波器的传递函数可以用以下公式近似表示

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega\tau}, \qquad (10)$$

其中，τ = RC 称为滤波时间常数，R 为电阻，C 为电容。Figure 7 (a) 和 (b) 中的蓝线是此传递函数的波特图，表示 $20\log|H(2\pi f)|$ 和 $\arg[H(2\pi f)]$ 与 $\log(f)$ 之间的函数关系。

根据Figure 7 (a) 中的蓝线可以推断，频率超过 f_{-3dB} 时，频率每增加十倍，衰减将增加十倍。这相当于 6 dB/倍频程（20 dB/十倍频程），表示频率每增加一倍时产生 2 倍的幅值减小。截止频率 f_{-3dB} 是指信号强度衰减 −3 dB 或减为一半时的频率。幅值（与信号强度的平方根成正比）在 f_{-3dB} 处衰减 $1/\sqrt{2} = 0.707$。

对于Equation 10 所描述的滤波器，其截止频率为 $f_{-3dB} = 1/(2\pi\tau)$。从Figure 7 (b) 可以看出，低通滤波器也会引入频率相关相位延迟，其值等于 $\arg[H(\omega)]$。相比理想的矩形滤波器，一阶滤波器的滚降效果很差。为了改善滚降特性，通常会将多个滤波器级联。每增加一个滤波器，滤波器的阶数会增加 1 阶。前一级滤

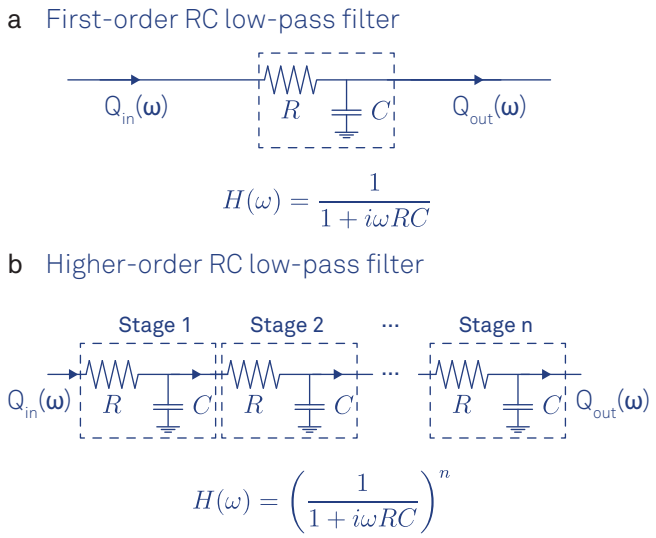


Figure 6. (a) 一阶 RC 滤波器及其传递函数公式。(b) 通过将多个 RC 滤波器级联可以针对更高频率获得更陡的滚降特性。最终的传递函数为各滤波器传递函数相乘。

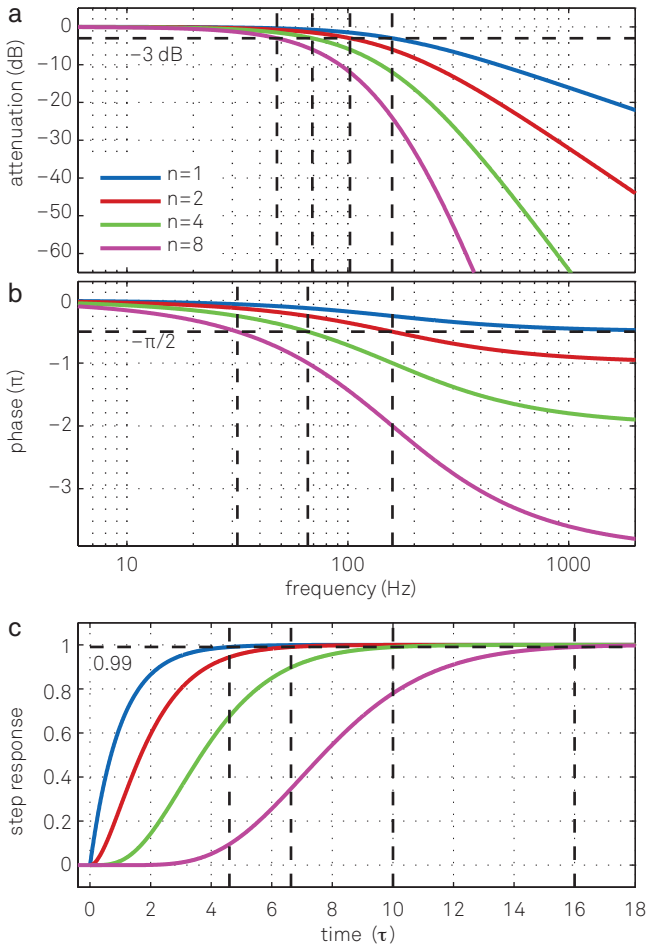


Figure 7. (a) 和 (b) 中的蓝线为 RC 滤波器传递函数 H(ω) 的波特图。同时，还绘制了具有相同滤波时间常数 τ 的高阶滤波器 (n = 2, 4, 8) 的传递函数，从图中可以看出，高阶滤波器的信号带宽 f_{-3dB} 相对要低得多。(c) 时域中对应的阶跃响应函数。通过级联多个滤波器，可以显著增加达到同一精度的稳定时间。这与相位延迟的增大（从 (b) 中可以看出）有关。级联 RC 或积分滤波器的另一个优点是，不会出现巴特沃斯滤波器等类型滤波器中存在的时域内超调问题。

波器的输出将作为下一级滤波器的输入，因此我们可以将滤波器的传递函数简单相乘。利用Equation 9，我们可以得到如下 n 阶滤波器传递函数：

$$H_n(\omega) = H_1(\omega)^n = \left(\frac{1}{1 + i\omega\tau}\right)^n. \qquad (11)$$

其衰减是一阶滤波器的 n 倍，总滚降系数为 n × 20 dB/十倍频程。Figure 7 (a) 和 (b) 所示为 1 阶、2 阶、4 阶和 8 阶 RC 滤波器的频率响应。滤波器的阶数越高，其幅值传递函数就越接近于理想矩形滤波器。与此同时，相位延迟也会随阶数而增加。对于以相位作为系统反馈信号的应用（例如锁相环）而言，增加相位延迟会影响控制环的稳定性和带宽。

Figure 8 (a) 和 (b) 所示为不同阶数滤波器的波特图，这些滤波器带宽同为 f_{-3dB}，但时间常数不同。Table 1 中提供了相应滤波特性之间的数字关系。

阶数	时间	滚降系数		带宽，单位：$1/\tau$			稳定时间，单位：τ			
n	常数 τ	dB/oct	dB/dec	f_{-3dB}	f_{NEP}	f_{NEP}/f_{-3dB}	63.2%	90%	99%	99.9%
1	1	6	20	0.159	0.250	1.57	1.00	2.30	4.61	6.91
2	1	12	40	0.102	0.125	1.23	2.15	3.89	6.64	9.23
3	1	18	60	0.081	0.094	1.16	3.26	5.32	8.41	11.23
4	1	24	80	0.069	0.078	1.13	4.35	6.68	10.05	13.06
5	1	30	100	0.061	0.069	1.12	5.43	7.99	11.60	14.79
6	1	36	120	0.056	0.062	1.11	6.51	9.27	13.11	16.45
7	1	42	140	0.051	0.057	1.11	7.58	10.53	14.57	18.06
8	1	48	160	0.048	0.053	1.10	8.64	11.77	16.00	19.62

Table 1. 具有相同时间常数的 n 阶 RC 滤波器的滤波特性概况。在动态应用中，通常需要考量 f_{-3dB} 和稳定时间，而在噪声测量中，保证 f_{NEP} 正确则是获得准确结果的关键。通过上述关系，针对带宽相同而阶数不同的滤波器，可以轻松算出滤波时间常数。

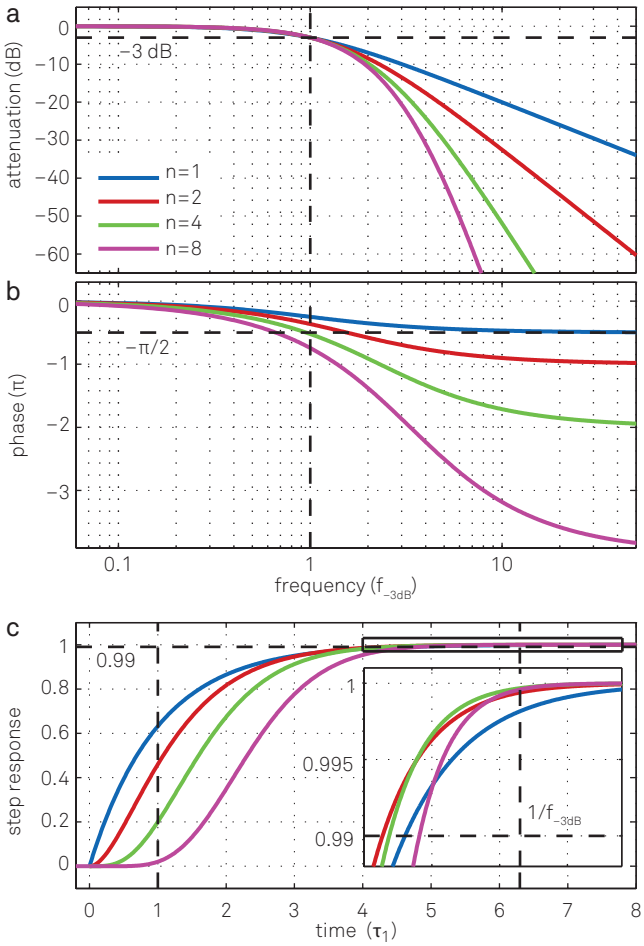


Figure 8. 与 Figure 7 相同的一组图表，但 Figure 8 中所有滤波器的截止点 f_{-3dB} 相同，而时间常数不同，分别为 τ = 0.16、0.10、0.069、0.048。(a) 高阶滤波器针对更高频率的滚降更陡。(b) 高阶滤波器的相位延迟更大，会对反馈应用造成不良影响。(c) 时域内的阶跃响应函数，以一阶滤波器时间常数 τ_1 为单位。尽管低阶滤波器在初始时对输入信号变化的响应更为迅速，但这个优势会随时间的推移而逐渐减小，在某一时间点，高阶滤波器甚至会超越低阶滤波器，如插图所示。

在噪声测量中，通常以噪声等效功率带宽 f_{NEP}（而非 3 dB 带宽 f_{-3dB}）指定滤波器。噪声等效功率带宽是与实际滤波器传递等量白噪声的理想矩形滤波器的截止频率。Table 1 中列出了级联 RC 滤波器的 f_{NEP} 与 f_{-3dB} 之间的转换系数。

将输入信号 $V_s(t)$ 与参考信号 $\sqrt{2}\exp(-i\omega_r t)$ 混频后，输入信号的频谱平移了相当于解调频率 ω_r 的距离，即为 $V_s(\omega-\omega_r)$。低通滤波技术将此信号乘以滤波器传递函数 $H_n(\omega)$，对频谱进行进一步转换。解调信号 $Z(t)$ 包含基准频率周围的所有频率分量，并且这些分量已按照滤波器响应进行加权处理。

$$Z(\omega) = V_s(\omega - \omega_r)H_n(\omega). \qquad (12)$$

该公式清楚地表明，解调行为与带通滤波器相似，都会提取以 f_r 为中心的频谱并在两侧各扩展 f_{-3dB}。此外，该公式还表明，解调信号经过傅里叶变换后再除以滤波器传递函数，可以复原解调频率 f_r 周围的输入信号频谱。FFT 频谱分析仪经常采用这种频谱分析，有时这种频谱分析也称为 zoomFFT [12]。

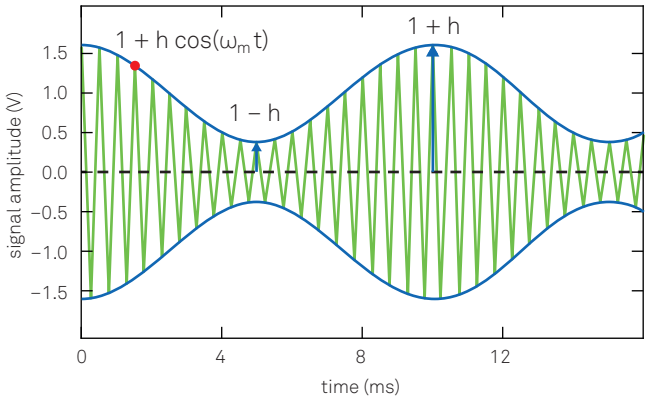


Figure 9. 调幅信号：绿线表示载波输入信号（为便于说明，以较低频率显示）。蓝线表示信号幅值，为输入信号包络。

时域中的低通滤波器

滤波器时域特性可以通过其阶跃响应很好地展现出来，如Figure 7 (c) 和Figure 8 (c) 所示。这两幅图展示的是滤波器输入呈现出从 0 到 1 的阶跃式变化的情况。滤波器输出需要经过一定时间才能稳定在新值。为准确测量通过滤波器的信号，实验人员必须等待足够长的时间，待输出稳定后再进行测量。

Table 1列出了时间常数 τ 相同、阶数不同的各滤波器达到最终值的 63.2%、90%、99% 和 99.9% 所需的时间。假设采用 1 MHz 信号，并使用带宽为 1 kHz 的 4 阶滤波器在 1 MHz 周围进行滤波。通过Table 1 中列出的数值，可以推出时间常数为 69 µs，达到 1% 误差所需的稳定时间为 0.7 ms。

信号动态特性和解调带宽

设置解调带宽时，往往需要在时间分辨率与 SNR 之间进行权衡。以载波频率 $f_c = \omega_c/2\pi$, 的调幅 (AM) 输入

$$V_s(t) = [1 + h\cos(\omega_m t)]\cos(\omega_c t + \varphi_c) \qquad (13)$$

信号（如Figure 9 所示）为例，探讨如何能够满足不同实验问题的要求。在Figure 9 中，以蓝线表示信号幅值 $R(t) = 1 + h\cos(\omega_m t)$，信号以 $f_m = \omega_m/2\pi$ 的频率围绕平均值 1 进行调制，其中调制指数 h 表征调制强度。在本例中，载波频率和调制频率分别选为 f_c = 2 kHz 及 f_m = 100 Hz。

采用Figure 3 中引入的复数表示方法，Figure 10 (a) 展示了混频后的 AM 信号。信号的模 $|1 + h\cos(\omega_m t)|$ 与时间相关，但其角度 φ_c 恒定。$\cos(\omega_m t)$ 项是两个反向旋转矢量 $\exp(i\omega_m t)$ 与 $\exp(-i\omega_m t)$ 之和。这两个矢量表示调幅信号频谱的上边带和下边带，如Figure 10 (d) 所示。Figure 10 (b) 和 (c) 分别显示了正交分量和同相分量。

在大多数应用中，都需要测量以下量之一：

1. 幅值 $R(t) = 1 + h\cos(\omega_m t)$ 的时间相关性
2. 幅值 $\langle R(t)\rangle$ 的平均值
3. 调制指数 h

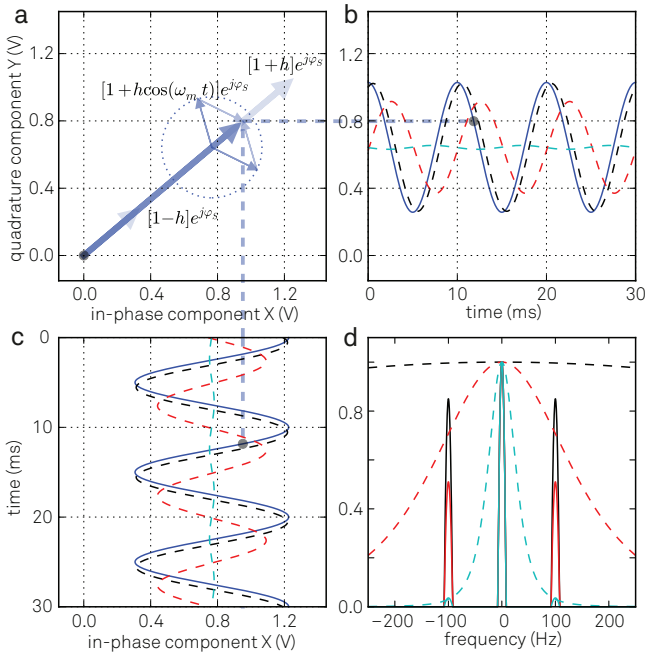


Figure 10. (a) 旋转参考坐标系内的调幅信号是一个长度与时间相关的矢量。瞬时信号由蓝色粗箭头表示；较窄的箭头表示 AM 信号的两个边带。(b) 和 (c) 展示了解调输入信号的正交分量和同相分量：蓝线为未经过滤波的信号，黑色虚线、红线和青色线分别表示以 f_{-3dB} = 500 Hz、100 Hz 和 20 Hz 的滤波器进行滤波后的信号。(d) 以带宽不同的三种滤波器进行滤波后的解调信号频谱（黑色、红色和青色曲线）。

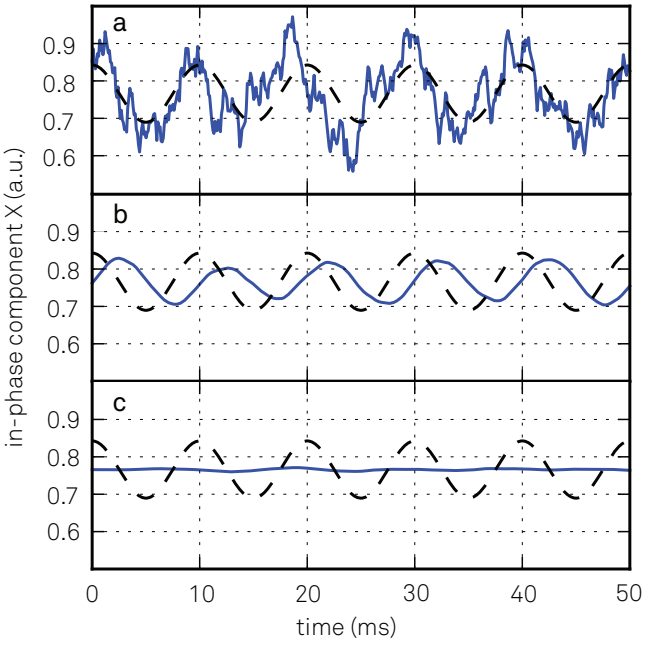


Figure 11. (a) 含噪声的输入信号将生成含噪声的解调信号（蓝线）。无噪声的基底信号如图中黑色虚线所示。(b) 使用带宽 f_{-3dB} = f_m = 100 Hz 的滤波器将滤除大部分噪声，但也会影响被测信号。(c) 与 (b) 类似，但带宽 f_{-3dB} = f_m/5 = 20 Hz。

在第一种情况下，希望解调信号以 f_m 跟随幅值变化。这要求滤波器带宽明显大于 f_m。例如，可以选择带宽为 f_{-3dB} = 500 Hz 的 4 阶滤波器。选择此滤波器后，根据Equation 11 和Table 1 计算可得，f_m = 100 Hz（即与载波频率 f_c 相差 100 Hz）时的传输率约为 98.5%，相位延迟约为 20°。换言之，滤波器对调制信号的影响微乎其微。解调信号如Figure 10 (b) 和 (c) 中的黑色虚线所示。

除考虑边带抑制/通过和相位延迟外，在选择滤波器时，测量结果中的噪声量也是需要考虑的一项重要标准。Figure 11 通过解调后具有较强噪声的 AM 信号说明了这一点，如图 (a) 所示。图 (b) 所示为同一信号采用截止频率等于调制频率的滤波器进行滤波后的结果。虽然此滤波器消除了大部分噪声，但引起了幅值与相位的系统性变化，需要对其进行校正才能获得准确结果。

对于第二种情况，可以将滤波器带宽减小至小于 f_m 的值，滤除与边带对应的频率分量。f_{-3dB} = 20 Hz 的 4 阶滤波器能够将边带抑制 0.03 或 30 dB，如Figure 10 (d) 中的青色虚线所示。Figure 11 (c) 展示了这样一个强大的滤波器对测量结果的影响。

对于第三种情况，我们希望掌握调制指数 h 但无需解析完整的信号动态特性。例如，在开尔文探针力显微镜中使用时，h 用于测定响应以 f_m 变化的交流电压时探针与样本之间的静电力。由于调制指数与边带幅值成正比，可使用窄带滤波器围绕边带 f_c-f_m 和 f_c+f_m 执行测量。可采用两种方法完成此操作：串联解调或边带直接解调方法。

采用串联解调时，首先围绕中心频率执行宽带解调。生成的信号通常与Figure 11 (a) 中的信号相似，随后以 f_m 再次解调该信号。使用该方法时，可用的调制频率不能大于第一个锁相单元的最大解调带宽。采用边带直接解调时，在单步中即可以 $f_c \pm f_m$ 解调信号，并且可用的调制频率仅受锁相放大器频率范围的限制。此外，边带直接解调仅需要单个锁相放大器而非两个锁相放大器，因此该方法通常为首选方法。

实现高信噪比

降低滤波器带宽通常会提高 SNR，但会牺牲时间分辨率。采取其他哪些措施可以提高 SNR?

如果无法提高信号强度，则应尽可能降低或避免噪声。然而，噪声在模拟信号中始终存在，并源自不同的噪声源，有些噪声源为基本噪声源，例如 约翰逊噪声（热噪声）、散粒噪声和闪烁噪声等，而其他噪声源则是技术性噪声源，例如接地回路、干扰、串扰、50–60 Hz 噪声或电磁干扰等。随机电压噪声 $V_{noise}(t)$ 的大小由其标准差而定。在频域中，噪声由其功率谱密度 $|v_n(\omega)|^2$ 表征（单位：V^2/Hz），或由 $|v_n(\omega)|$ 表征（单位：V/√Hz）。

Figure 12 中的频谱定量分析展示了不同噪声源具有不同的频率相关性：对于所有实际频率，约翰逊噪声的频谱比较平坦，因而构成了“白噪声”，而闪烁噪声具有 1/f 的频率相关性（“粉红噪声”）。如果在选择调制频率时具有一定的选择空间，则可以放大频谱中噪声水平最低的部分。通常，频谱中包含白噪声特性的更高频率效果更佳。Figure 12 展示了这种方式：在频率较低的 1/f 噪声区域，滤波器内的噪声（由蓝色和灰色填充区域表示）更大。因此，由于噪声密度较低，只要避免无线电和无线传输等其他噪声源，采用相同滤波器带宽时，f_2 对应的 SNR 高于 f_1。

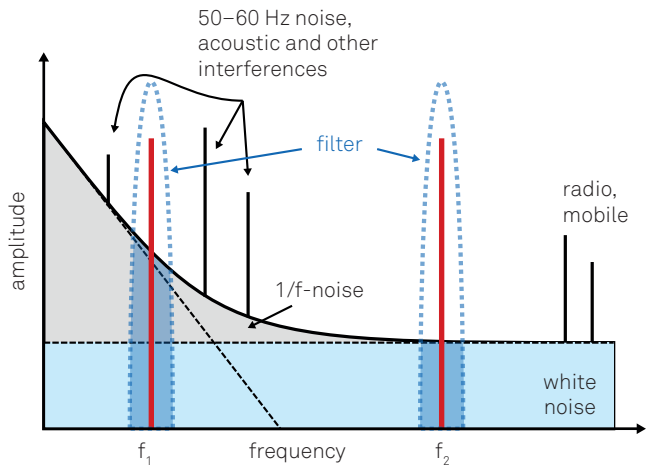


Figure 12. 典型实验的噪声频谱定性分析。测量频率应从背景噪声较小的区域中选择，避免技术性噪声源引入的离散峰值。在本例中，由于低频时 f_2 位于 1/f 噪声上方只有白噪声的区域，采用相同滤波器带宽时，获得的结果要优于 f_1。

为了给出一个更为定量化的示例，假定要测量幅值为 1 µV、通过 1 MΩ 电阻且 SNR 大于 10 的正弦信号。此类电阻 R 具有热噪声，噪声的功率谱密度为 $\overline{v_n^2} = 4k_B T R$，在 T = 300 K 的室温下，$\sqrt{\overline{v_n^2}} = 0.127\sqrt{R}$ nV/√Hz =127 nV/√Hz [1]。在本例中，热噪声视为主要噪声源。它明显强于通常低于 10 nV/√Hz 的锁相放大器输入噪声。因此，可按照下式计算 SNR

$$\mathrm{SNR} = \frac{1\,\mu\mathrm{V}}{127\,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}\cdot\sqrt{f_{\mathrm{NEP}}}} = 10 \qquad (14)$$

通过求解关于 f_{NEP} 的此公式可得，要使 SNR 达到 10，需要选择带宽小于或等于 620 mHz 的 NEP 滤波器。我们选择 4 阶滤波器。利用Table 1，可以计算出相应的截止频率 f_{-3dB} = 549 mHz，时间常数 τ = 126 ms，达到 1% 误差所需的稳定时间为 1.26 s。由于噪声幅值与带宽的平方根成正比，要将 SNR 提高至 10 倍，需要将滤波器带宽缩小 100 倍。达到 1% 误差所需的稳定时间也随之延长至 2 分钟以上。锁相技术之所以能够支持此类长时间测量，是因为该技术对输入信号中的直流偏移漂移不敏感。但是，其他原因（DUT 电阻或放大器增益发生变化等）引起的漂移，可能会对长时间测量产生影响。因此，保持工作条件稳定，特别是保持温度恒定至关重要。

发展现状

自 20 世纪 30 年代初问世以来，锁相放大器经历了长期发展。从作为仪器基本技术的真空管被取代开始，我们注意到，锁相放大技术逐渐向数字领域转换，但尚未彻底。在数字锁相放大器中，输入信号通过模数转换器 (ADC) 立即转换至数字域，然后通过数字信号处理技术 (DSP) 以数字化方式执行后续步骤，如Figure 13 (b) 所示。相比之下，模拟锁相放大器则

[1] Boltzmann constant k_B = 1.381×10^{-23} V²/(Ω Hz K)

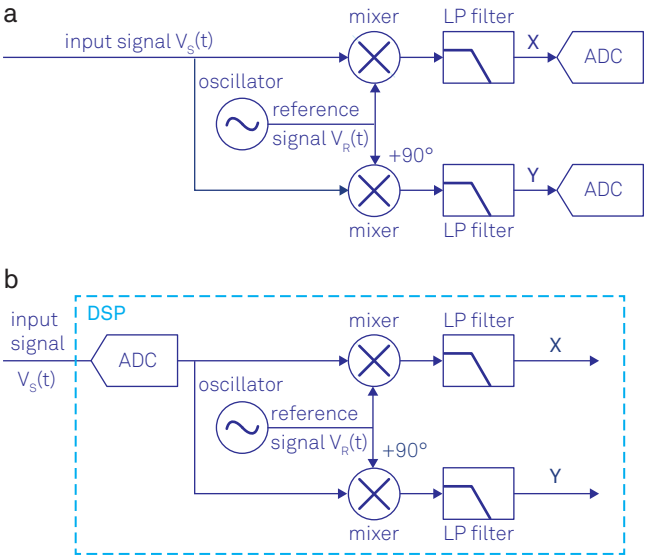


Figure 13. (a) 模拟锁相放大器：信号分两条路径处理，在两条路径中，都是先与参考信号混频，经滤波后再转换为数字信号。(b) 数字锁相放大器：信号经数字化后与参考信号相乘并进行滤波。

使用压控振荡器、混频器和简单的 RC 滤波器等模拟元件进行信号处理。此外，还存在混合使用模拟和数字方式进行信号处理的方案 [9]（如Figure 13 (a) 所示），在这种方案中，将在模拟混频阶段（滤波前或滤波后）后对信号进行数字化处理。

随着速度、分辨率和线性度不断提升的 ADC 和 DAC 推向市场，进一步促进了模拟领域向数字领域的转换。这一进展有助于将频率范围、输入噪声和动态储备推向新的极限。此外，对于数字信号处理，出现因信号通路不匹配而导致的误差、串扰和因温度变化等原因而导致的漂移等情况的几率将大大降低。这一特性在频率较高时尤为重要。但数字处理方案的最大优势在于，能够采用多种方式同时对信号进行分析而不损失 SNR。如前文所述，这不仅有助于提高双相解调性能，还支持直接分析信号的多个频率分量而无需级联多台仪器，从而避免了可能带来的所有不利影响。

从模拟领域向数字领域转换后，运算能力强、内存足和速度高的现场可编程门阵列 (FPGA) 推向市场，它的出现为推动创新迈出了一大步。通过对 FPGA 灵活编程即可实时执行几乎所有所需的信号处理任务。锁相技术的自然延伸是在解调前后增加时域与频域分析，否则将由单独的示波器和频谱分析仪完成分析。此外，单台仪器内可以包含用于对低占空比信号进行分析的 Boxcar 平均器、用于反馈回路的 PID 和 PLL 控制器以及用于实时处理测量数据的运算单元。随后，可以将测量信号传输至计算机进行进一步分析。如果需要采用连接另一台仪器的模拟接口，可以使用高分辨率 DAC 将来自不同功能单元的测量数据轻松转换回模拟域。

在速度和集成水平方面，现今最先进的仪器当属 Zurich Instruments 于 2012 年推出的 UHFLI [13]。Figure 14 所示为仪器前面板。UHFLI 的信号输入带宽为 600 MHz，最大解调带宽为 5 MHz，堪称市场上迄今为止速度最快的锁相放大器。尽管速度快，却仍具有仅 4 nV/√Hz 的卓越输入噪声性能和 100 dB

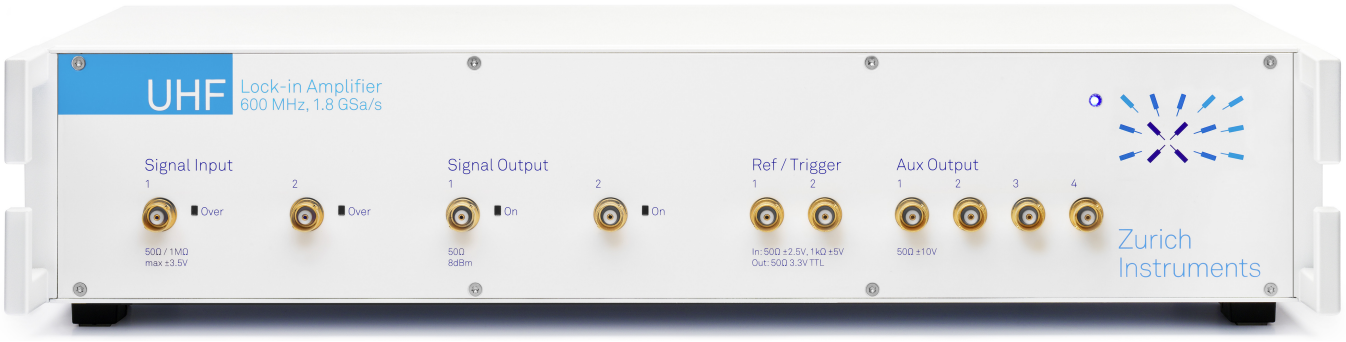


Figure 14. Zurich Instruments UHFLI 锁相放大器代表了最先进的锁相技术。此锁相放大器信号输入带宽为 600 MHz，解调带宽为 5 MHz，堪称市场上迄今为止速度最快的锁相放大器。仪器宽 19 英寸，集成了大量功能（请参见Figure 16），并采用最先进的仪器控制软件 LabOne® (请参见Figure 15) 进行控制。

的动态储备。Figure 16 所示为 UHFLI 的主要功能单元及相互之间的连接，充分展示了 UHFLI 较高的集成水平。过去需要一整个机架的仪器才能实现的功能现已集成至不足鞋盒大小的单台仪器内。

显而易见，Figure 16 中展示了大量功能，而使用前面板上的几个旋钮和按钮无法控制和充分利用这些功能。UHFLI 要借助在计算机上运行的 LabOne® 进行完全控制，这是一款采用最新浏览器技术的仪器控制软件，提供了通过 Web 浏览器访问任意设备的图形用户界面（请参见Figure 15）。参数扫描仪、软件触发器或 PID 参数智能设定等高级工具可以利用主机的处理能力执行测量任务，从而提升测量结果的可信度，提高工作流程的效率。此外，LabOne 还提供了用于 LabVIEW®、MATLAB®、Python 和 C# 的编程接口，便于将测量仪器集成到现有实验控制环境中。



Figure 15. UHFLI 锁相放大器的 LabOne® 用户界面采用最新的 Web 浏览器技术。仪器能够通过多台计算机或平板电脑等设备上的多个浏览器访问，并进行控制。每种信号分析和控制工具都有专用的选项卡。部分功能以框图形式直观显示。

参考文献

[1] C. R. Cosens. A balance-detector for alternating-current bridges. Proceedings of the Physical Society, 46:818, 1934.

[2] W. C. Michels. A Double Tube Vacuum Tube Voltmeter. Rev. Sci. Instrum., 9:10, 1938.

[3] W. C. Michels and N. L. Curtis. A Pentode LockIn Amplifier of High Frequency Selectivity. Rev. Sci. Instrum., 12:444, 1941.

[4] Interview of Robert Dicke by Martin Hawrit. Niels Bohr Library and Archives, College Park, MD: American Institute of Physics, www.aip.org/ history-programs/ niels-bohr-library/ oral-histories/ 4572, 1985.

[5] Zurich Instruments HF2LI. http://www.zhinst.cn/products/hf2li.

[6] A. M. Skellett. The Coronaviser, an Instrument for Observing the Solar Corona in Full Sunlight. Proc Natl Acad Sci USA, 26(6):430, 1940.

[7] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard. Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit. Phys. Rev. Lett., 48:1559, 1982.

[8] L. Gross et al. Bond-Order Discrimination by Atomic Force Microscopy. Science, 337(6100):1326, 2012.

[9] Stanford Research SR844. http://www.thinksrs.com/products/SR844.htm.

[10] Wikipedia Article: Fourier Transform. https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_transform.

[11] Wikipedia Article: Fourier Series. https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_series.

[12] N. Thrane. Zoom-FFT. Brüel & Kjær Technical Review, (2):3, 1980.

[13] Zurich Instruments UHFLI. http://www.zhinst.cn/products/uhfli.

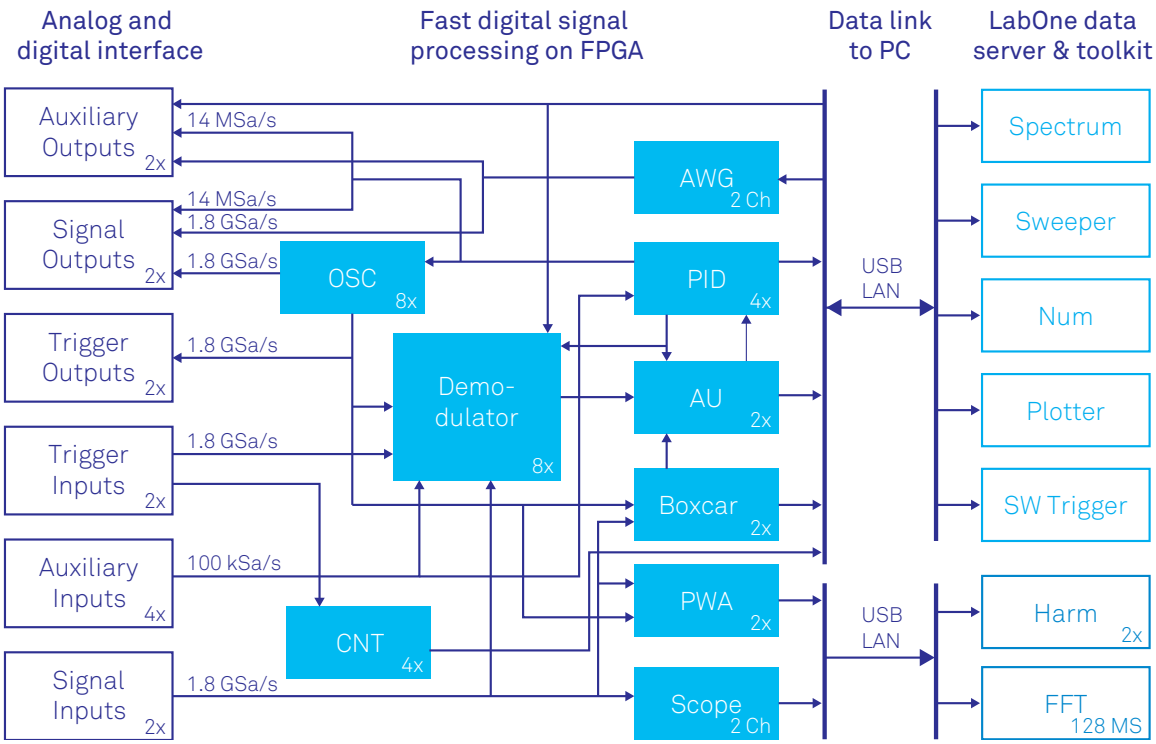


Figure 16. Zurich Instruments UHFLI 的主要功能模块及相互之间的信号流框图。快速数字信号处理可以在时钟频率为 450 MHz 的 FPGA 内执行，也可以在通过 USB 或 1GbE 端口连接且运行仪器控制软件 LabOne® 的计算机中执行。仪器的主要功能元件包括 8 个双相解调器、数字转换器 (DIG) 和 FFT 功能的示波器 (Scope)、具有 PLL 功能的 PID 模块、运算单元 (AU)、带周期波形分析仪 (PWA) 的 Boxcar 平均器和脉冲计数器模块 (CNT)。对于信号生成，仪器可提供正弦信号发生器 (OSC) 以及便于形成复杂信号形状的任意波形发生器 (AWG)。此外，在计算机上运行的 LabOne 控制软件还额外提供参数扫描仪、频谱分析仪、数值显示 (Num)、绘图仪、用于时域分析的软件触发器和谐波分析器 (Harm) 等功能。

Zurich Instruments
Zuirch Instruments (Shanghai) Ltd.
Tel: 021-64870287
www.zhinst.cn
info.cn@zhinst.com
Fax: 021-64870289

免责声明：本文件的内容由 Zurich Instruments提供（未经改动）。
Zurich Instruments 不保证本文件内容的准确性和完整性，
并且保留随时更改规格的权利，恕不另行通知。
所有商标由各自的所有者所有。